Séquence 10

Variation et extremum d'une fonction

Contenu :

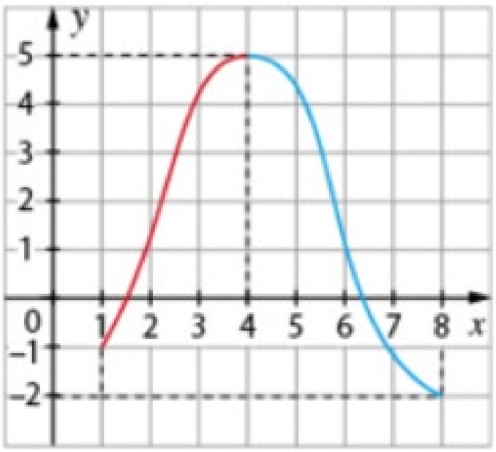
- Croissance, décroissance, monotonie.

I. Variations des fonctions

Activité 2 p. 248 : découverte de la notion de fonction croissante et décroissante

A. Croissance et décroissance

Etude d'un exemple (1) :



Décrire le comportement de la fonction $f(x)$ suivant les valeurs prises par x.

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

La fonction f est **croissante** sur I signifie : lorsque les abscisses augmentent, les images par la fonction f sont de plus en plus grandes.

Ainsi, f est croissante si pour tous réel a et b de I tel que $a \leq b$, on a :

$f(a) \leq f(b)$. On dit que f conserve l'ordre.

Exemple :

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

La fonction f est **décroissante** sur I signifie : lorsque les abscisses augmentent, les images par la fonction f sont de plus en plus petites.

Ainsi, f est décroissante si pour tous réel a et b de I tel que $a \leq b$, on a :

$f(a) \geq f(b)$. On dit que f change l'ordre.

Exemple :

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

La fonction f est **constante** sur I signifie que sur I les valeurs de $f(x)$ restent égales à un même nombre.

Exemple :

Les variations de la fonction f peuvent être résumées dans un **tableau de variation.**

- La première ligne du tableau contient les bornes de l'ensemble de définition de f et les intervalles sur lesquelles la fonction est croissante, décroissante ou constante.
- La deuxième ligne du tableau contient des flèches qui symbolisent le sens de variation : une flèche qui descend signifie que la fonction f est strictement décroissante, une flèche qui monte signifie que la fonction f est strictement croissante.

Exemple : Tracer le tableau de la fonction $f(x)$ donnée dans l'exemple 1.

B. Extremum d'une fonction

Activité 3 p. 249 : introduction de la notion de minimum et maximum

Définition : On considère une fonction f définie sur un intervalle I.

Dire que M est le maximum de la fonction f sur I en a signifie que, pour tout nombre réel x de I, $f(x) \leqslant f(a)$. M est donc la plus grande valeur prise par f sur cet intervalle.

Dire que m est le minimum de la fonction f sur I en b signifie que, pour tout nombre réel x de I, $f(x) \geq f(b)$. m est donc la plus petite valeur prise par f sur cet intervalle.

Exemple : déterminer graphiquement un extrémum

Exercices d'application :

Algorithmique :

- ✓ **Calcul approchée de la longueur d'une portion de courbe**
- ✓ **Approximation d'un extremum par balayage**
- ✓ **Approximation d'un extremum par dichotomie**