Séquence 9

Colinéarité

I. Vecteurs colinéaires

A. Vecteurs colinéaires et déterminant

Définition : Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** signifie qu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = \mathrm{k}.\vec{u}$. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Propriété : Méthode pour déterminer la colinéarité de deux vecteurs.

Soit dans une base les vecteurs $\vec{u}\ (x; y)$ et $\vec{v}\ (x', y')$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, $xy' - x'y = 0$

Démonstration :

Définition : Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base orthonormée des vecteurs du plan, et soient les vecteurs $\vec{u}$ $(x; y)$ et $\vec{v}\ (x'; y')$. Le **déterminant** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel $xy' - x'y$. On le note det $(\vec{u}, \vec{v})$ ou encore $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$

Propriété : Soit dans une base B vecteurs $\vec{u}\ (x; y)$ et $\vec{v}\ (x', y')$. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si, et seulement si, le déterminant de ces deux vecteurs dans la base B est égal à 0.

Exemple : les vecteurs $\vec{u}\ (10, -23)$ et $\vec{v}\ (-6,17)$ sont-ils colinéaires ?

Exercices d'application : 109, 110, 113 p. 141

B. Alignement et parallélisme :

Activité (le livre scolaire) : caractériser le parallélisme de deux droites.

On considère quatre points distincts A, B, C et D.

Propriété :

- Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Démonstration :

Exercices d'application : 115 et 117 p. 141