Séquence 13

Représenter et caractériser les droites du plan

Contenu :

- Vecteur directeur d'une droite.
- Equation de droite (cartésienne, réduite).
- Pente d'une droite.

Dans tout le chapitre, on se place dans un repère orthonormé $(\mathbf{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

I. Vecteurs directeurs et équations cartésiennes

A. Vecteur directeur d'une droite

Activité 1 (livre scolaire p. 218) : découvrir la notion de vecteur directeur

Définition : On appelle vecteur directeur d'une droite d tout représentant du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ où A et B sont deux points quelconques distincts de la droite d.

Une droite a une infinité de vecteurs directeurs, tous colinéaires deux à deux.

Exemple :

Application : Soient trois points $\mathrm{A}(1; 5)$, $\mathrm{B}(-3; 2)$ et $\mathrm{C}(2; -1)$ dans un repère orthonormé. Déterminer un vecteur directeur de la droite (BC).

B. Equation cartésienne de droites

Activité 1 p. 180 : introduction de la notion d'équation cartésienne d'une droite

Théorème : Dans un repère orthonormé, les coordonnées de l'ensemble des points M$(x; y)$ d'une droite vérifient une relation $ax + by + c = 0$, où a , b et c sont des nombres réels.

Démonstration :

Définition : La relation $ax + by + c = 0$ s'appelle **équation cartésienne** de la droite d.

Propriété : Le vecteur $(-b; a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Si a , b et c sont trois réels tels que a et b sont différents de 0, alors l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que $ax + by + c = 0$ est une droite.

Démonstration :

Exemple d'application : déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A$(2; 1)$$et$ B$(7; 3)$.

Exercices d'applications :

II. Coefficient directeur et équation réduite

A. Coefficient directeur d'une droite

Activité 2 p. 180 : découverte de la notion de pente d'une droite

Théorème : Une droite d d'équation $ax + by + c = 0$ où $b \neq 0$ possède un vecteur directeur de coordonnés $(1; m)$ avec $m = -\frac{a}{b}$.

Démonstration :

Définition : Le nombre m s'appelle **coefficient directeur** ou **pente** de la droite d.

Exemple : donner le coefficient directeur de la droite d d'équation $3x + 2y - 11 = 0$.

Méthode de détermination graphique du coefficient directeur :

B. Equation réduite d'une droite

Théorème : Soit une droite d de coefficient directeur m. Il existe un unique nombre p tel que l'équation de d s'écrit $y = mx + p$.

Démonstration :

Définition : L'équation $y = mx + p$ s'appelle **équation réduite** de la droite d.

m est la pente de la droite (ou le coefficient directeur) et p est l'ordonnée à l'origine.

Propriété : Dans un repère, soient deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, avec $x_A \neq x_B$. La pente de la droite (AB) est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Démonstration :

Exemple : Donner le coefficient directeur de la droite passant par $A(1; 3)$ et $B(4; 5)$ puis donner son équation réduite.

Exercices d'application : 68 p 195