

Séquence 15

Systèmes, parallélismes et intersection de deux droites.

Contenu :

- Système de deux équations à deux inconnues
- Droites parallèles ou sécantes
- Droites sécantes et système d'équation
- Droites parallèles

I. Système de deux équations linéaires à deux inconnues

Activité 3 p. 181 : résoudre un système d'équation par deux méthodes différentes.

A. Systèmes linéaires d'équation

Définition : Un système de deux équations linéaires du premier degré à deux inconnues x et y est de la forme $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ où a, a', b, b', c, c' sont des réels et $(x; y)$ le couple des inconnues.

Résoudre un système linéaire revient à déterminer tous les couples $(x; y)$ qui vérifient les deux équations en même temps.

B. Méthodes de résolution

1) Par combinaison linéaire :

Cette méthode consiste à multiplier chaque équation par des coefficients bien choisis afin qu'une addition ou soustraction membres à membres des deux équations permettent l'élimination d'une inconnue.

Exemple :

2) Par substitution :

A l'aide de l'une des deux équations, on exprime l'une des deux inconnues en fonction de l'autre.

Exemple :

Exercices d'application :

II. Parallélisme et intersection de deux droites

Activité 4 p. 181 : parallélisme et intersection de deux droites

A. Droites parallèles ou sécantes

Définition : Deux droites d et d' sont parallèles si elles ont la même direction. Deux droites non parallèles sont dites sécantes.

Théorème : Soient deux droites d et d' d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ ou a, b, c, a', b', c' sont des réels.

Les droites d et d' sont sécantes si, et seulement si, $ab' - a'b \neq 0$.

Démonstration :

B. Droites sécantes et système d'équations

Théorème : Lorsque deux droites sont sécantes, les coordonnées $(x; y)$ de leur point d'intersection sont solution du système :
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

Démonstration :

C. Droites parallèles

Théorème : deux droites d et d' sont parallèles si, et seulement si, deux de leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

Exemple :

Propriété : Deux droites sont parallèles si, et seulement si, leurs coefficients directeurs sont égaux.

Démonstration :

Exercices d'applications :