**Séquence 8**

**Fonction trigonométrique**

1. Le cercle trigonométrique :

Activité 1 et 2 p.192 de découverte du cercle trigonométrique.

On se place dans un repère orthonormé (O ; ; )

Définition : Le cercle trigonométrique C est le cercle de centre O, de rayon 1 et orienté dans le sens direct noté + ; c’est-à-dire le sens inverse des aiguilles d’une montre.

1. Enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique :

On considère le cercle trigonométrique C et T sa tangente au point . Cette droite est appelée **axe des réels**.

Sur cette droite, on considère les points . On imagine qu’on enroule cette droite autour du cercle C. La demi droite ) va s’enrouler sur le cercle dans le **sens positif** alors que la demi droite [IA’) va s’enrouler dans le **sens négatif.**

A tout nombre réel , on associe le point N de la tangente T de coordonnée , qui se superpose par enroulement sur un unique point M du cercle trigonométrique. M est appelé image de sur le cercle C.

Représentation graphique :

**Propriétés :**

1. Par enroulement de la droite numérique autour du cercle trigonométrique, on peut associer à tout réel un unique point du cercle.
2. Soit un réel et M le point du cercle trigonométrique associée au réel , alors le point M est associé à tous les réels de la forme ; k étant un entier.

Exemple : Associer le réel 0 au point I, au point J et le réel 1 au point R.

Définition : Un radian est la mesure de l’angle géométrique interceptant un arc de longueur 1 sur le cercle trigonométrique.

Ainsi, si A et B sont deux points du cercle trigonométrique, alors la mesure de l’angle en radian est égale à la longueur de l’arc intercepté .

**Propriété :**

La mesure d’un angle en radian est proportionnelle à sa mesure en degré.

**Valeurs remarquables :**

* 0° = radian
* radian
* radian
* radian
* radian
* radian

Exercices d’application : capacité 1 et 22, 29 p 202

1. Cosinus et sinus d’un nombre réel

Définition : Soit M le point du cercle trigonométrique associé au réel .

L’abscisse du point M dans le repère (O ; ; ) est le **cosinus** du réel , noté .

L’ordonnée du point M dans le repère (O ; ; )est le sinus du réel , noté .

Activité découverte des valeurs remarquables du cercles trigonométriques.

**Valeurs remarquables :**

A partir de l’activité précédente, construire un tableau représentant l’ensemble des valeurs remarquables du cercle trigonométrique.

**Propriétés :**

Pour tout réel  :

2. = et pour

**Démonstrations des propriétés et valeurs remarquables :**

Exercices d’application :

1. Les fonctions cosinus et sinus
2. Fonction cosinus et sinus :

**Définition :** La fonction cosinus, notée est définie sur R par .

La fonction sinus, notée est définie sur R par .

**Propriétés :**

1. **Parité :** La fonction cosinus est paire, la fonction sinus est impaire.

Ainsi, pour tout réel , et .

1. **Périodicité :** Les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période .

Ainsi, pour tout réel , et .

**Démonstrations :**

Conséquence : La représentation graphique de la fonction sinus est symétrique par rapport à l’origine, et celle de la fonction cosinus est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.

Exercices d’application :

1. Courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus

Activité 3 p.193 découverte des fonctions cosinus et sinus.

Les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont appelés des sinusoïdes.

On étudie les variations de ces fonctions sur en utilisant le cercle trigonométrique.

Schéma :

* Pour **la fonction cosinus,** quand le point M se déplace de I jusqu’à L, c’est-à-dire pour variant de 0 à , le point C se déplace de 0 à L, donc la fonction cosinus décroit de 1 à -1.
* Pour **la fonction sinus**, quand le point M se déplace de I jusqu’à J, pour x variant de 0 à le point S se déplace de 0 à J, donc la fonction sinus croit de 0 à 1. Puis quand M se déplace de J jusqu’à M, c’est-à-dire pour x variant de à , le point S se déplace de J à 0, donc la fonction sinus décroit de 1 à 0.

On utilise ensuite la parité des fonctions sinus et cosinus pour obtenir leur représentation graphique sur R.

**Tableaux de variations :**

**Courbes représentatives :**

Exercices d’application : 80, 81, 83, 87, cap vers le bac, 107 p 205 à 214