**Séquence 8**

**Fonction trigonométrique**

1. Le cercle trigonométrique :

Activité 1 et 2 p.192 de découverte du cercle trigonométrique.

On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ )

Définition : Le cercle trigonométrique C est le cercle de centre O, de rayon 1 et orienté dans le sens direct noté + ; c’est-à-dire le sens inverse des aiguilles d’une montre.

1. Enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique :

On considère le cercle trigonométrique C et T sa tangente au point $I\left(1.;0\right)$. Cette droite est appelée **axe des réels**.

Sur cette droite, on considère les points $A\left(1;1\right)et$ $A'\left(1;-1\right)$. On imagine qu’on enroule cette droite autour du cercle C. La demi droite $[IA$) va s’enrouler sur le cercle dans le **sens positif** alors que la demi droite [IA’) va s’enrouler dans le **sens négatif.**

A tout nombre réel $x$, on associe le point N de la tangente T de coordonnée $\left(1;x\right)$, qui se superpose par enroulement sur un unique point M du cercle trigonométrique. M est appelé image de $x$ sur le cercle C.

Représentation graphique :

**Propriétés :**

1. Par enroulement de la droite numérique autour du cercle trigonométrique, on peut associer à tout réel un unique point du cercle.
2. Soit $a$ un réel et M le point du cercle trigonométrique associée au réel $a$ , alors le point M est associé à tous les réels de la forme $a+2kπ $; k étant un entier.

Exemple : Associer le réel 0 au point I, $\frac{π}{2}$ au point J et le réel 1 au point R.

Définition : Un radian est la mesure de l’angle géométrique $\hat{IOR}$ interceptant un arc de longueur 1 sur le cercle trigonométrique.

Ainsi, si A et B sont deux points du cercle trigonométrique, alors la mesure de l’angle $\hat{AOB}$ en radian est égale à la longueur de l’arc intercepté $\hat{AB}$.

**Propriété :**

La mesure d’un angle en radian est proportionnelle à sa mesure en degré.

**Valeurs remarquables :**

* 0° = $0$ radian
* $30^{∘}=\frac{π}{6}$ radian
* $45^{∘}=\frac{π}{4}$ radian
* $60^{∘}=\frac{π}{3}$ radian
* $90^{∘}=\frac{π}{2}$ radian
* $180^{∘}=π$ radian

Exercices d’application : capacité 1 et 22, 29 p 202

1. Cosinus et sinus d’un nombre réel

Définition : Soit M le point du cercle trigonométrique associé au réel $x$.

L’abscisse du point M dans le repère (O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ ) est le **cosinus** du réel $x$ , noté $cos$ $x$.

L’ordonnée du point M dans le repère (O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ )est le sinus du réel $x$ , noté $sin x$.

Activité découverte des valeurs remarquables du cercles trigonométriques.

**Valeurs remarquables :**

A partir de l’activité précédente, construire un tableau représentant l’ensemble des valeurs remarquables du cercle trigonométrique.

**Propriétés :**

Pour tout réel $a$ :

1. $-1⩽cos a⩽1 et$ $-1\leq sin a⩽1$
2. $cos\left(a+2kπ\right)$ = $cos\left(a\right)$ et $sin\left(a+2kπ\right)=sin\left(a\right)$ pour $k entier.$
3. $\left(cos a\right)^{2}+\left(sin a\right)^{2}=1$

**Démonstrations des propriétés et valeurs remarquables :**

Exercices d’application :

1. Les fonctions cosinus et sinus
2. Fonction cosinus et sinus :

**Définition :** La fonction cosinus, notée $cos\left(x\right)$ est définie sur R par $x\rightarrow cos⁡(x)$.

La fonction sinus, notée $sin\left(x\right)$ est définie sur R par $x\rightarrow sin⁡(x)$.

**Propriétés :**

1. **Parité :** La fonction cosinus est paire, la fonction sinus est impaire.

Ainsi, pour tout réel $x$, $\cos(\left(-x\right))=cos⁡(x)$ et $\sin(\left(-x\right))=-sin⁡(x)$.

1. **Périodicité :** Les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période $2π$.

Ainsi, pour tout réel $x$, $\cos(\left(x\mp 2π\right)=cos⁡(x))$ et $\sin(\left(x\mp 2π\right)=sin⁡(x))$.

**Démonstrations :**

Conséquence : La représentation graphique de la fonction sinus est symétrique par rapport à l’origine, et celle de la fonction cosinus est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.

Exercices d’application :

1. Courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus

Activité 3 p.193 découverte des fonctions cosinus et sinus.

Les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont appelés des sinusoïdes.

On étudie les variations de ces fonctions sur $[0;π]$ en utilisant le cercle trigonométrique.

Schéma :

* Pour **la fonction cosinus,** quand le point M se déplace de I jusqu’à L, c’est-à-dire pour $x$ variant de 0 à $π$, le point C se déplace de 0 à L, donc la fonction cosinus décroit de 1 à -1.
* Pour **la fonction sinus**, quand le point M se déplace de I jusqu’à J, pour x variant de 0 à $\frac{π}{2}$ le point S se déplace de 0 à J, donc la fonction sinus croit de 0 à 1. Puis quand M se déplace de J jusqu’à M, c’est-à-dire pour x variant de $\frac{π}{2}$ à $π$ , le point S se déplace de J à 0, donc la fonction sinus décroit de 1 à 0.

On utilise ensuite la parité des fonctions sinus et cosinus pour obtenir leur représentation graphique sur R.

**Tableaux de variations :**

**Courbes représentatives :**

Exercices d’application : 80, 81, 83, 87, cap vers le bac, 107 p 205 à 214